Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas: Análisis y Enfoques
Nivel Medio
Prueba 1

10 de noviembre de 2025

Zona A tarde | **Zona B** tarde | **Zona C** tarde

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[80 puntos]**.

035

A001

10 páginas

8825–7159

© International Baccalaureate Organization 2025

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La variable aleatoria discreta X tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	1	2	3	4
$\mathrm{P}(X=x)$	0,2	0,3	k	0,1

(a) Halle el valor de k. [2]

(b) Halle $\mathrm{P}(X > 1{,}5)$. [2]

(c) Halle $\mathrm{E}(X)$. [2]

(a) $\sum P(X=x) = 1$

$0{,}2 + 0{,}3 + k + 0{,}1 = 1$

$k = 0{,}4$

(b) $P(X > 1{,}5) = 0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}8$

(c) $E(X) = \sum x P(X=x)$

$= 1(0{,}2) + 2(0{,}3) + 3(0{,}4) + 4(0{,}1)$

$= 2{,}4$

035

A001

2. [Puntuación máxima: 5]

La pendiente de una curva viene dada por $\frac{dy}{dx} = 4\cos x - \operatorname{sen} x$. La curva pasa por el punto $(\pi\,;\,3)$. Halle la ecuación de la curva.

$y = \int (4\cos x - \operatorname{Sen} x)\,dx$

$y = 4\operatorname{Sen} x + \cos x + C$

Pero $y(\pi) = 3$

$3 = 4\operatorname{Sen}\pi + \operatorname{Cos}\pi + C$

$\operatorname{Sen}\pi = 0$; $\operatorname{Cos}\pi = -1$

$\Rightarrow 3 = 4(0) - 1 + C$

$4 = C$

$\therefore$ $\boxed{y = 4\operatorname{Sen} x + \cos x + 4}$

035

A001

3. [Puntuación máxima: 5]

El 7.º término de una progresión aritmética es 6.

La suma del 6.º término y el 12.º término es igual a 24.

Halle el primer término y la diferencia común.

$u_7 = 6 \Rightarrow u_1 + 6d = 6$

$u_6 + u_{12} = 24$

$\Rightarrow u_1 + 5d + u_1 + 11d = 24$

$\Rightarrow 2u_1 + 16d = 24$

$u_1 + 8d = 12$

$\underbrace{u_1 + 6d} + 2d = 12$

$6 + 2d = 12$

$\boxed{d = 3}$

Reemplazo $d=3$ en $u_1 + 6d = 6$

$\Rightarrow u_1 + 6(3) = 6$

$\boxed{u_1 = -12}$

035

A001

4. [Puntuación máxima: 6]

Sean A y B dos sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ y $P(A \mid B) = \frac{1}{4}$.

(a) Halle la probabilidad de que ocurran ambos sucesos, A y B. [2]

(b) Halle $P(A \mid B')$. [4]

(a) $P(A|B) = \frac{1}{4}$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

(b) $P(A|B') = \dfrac{P(A \cap B')}{P(B')}$

$$= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{\frac{6}{6} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{12}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 12}$$

$$P(A|B') = \frac{5}{8}$$

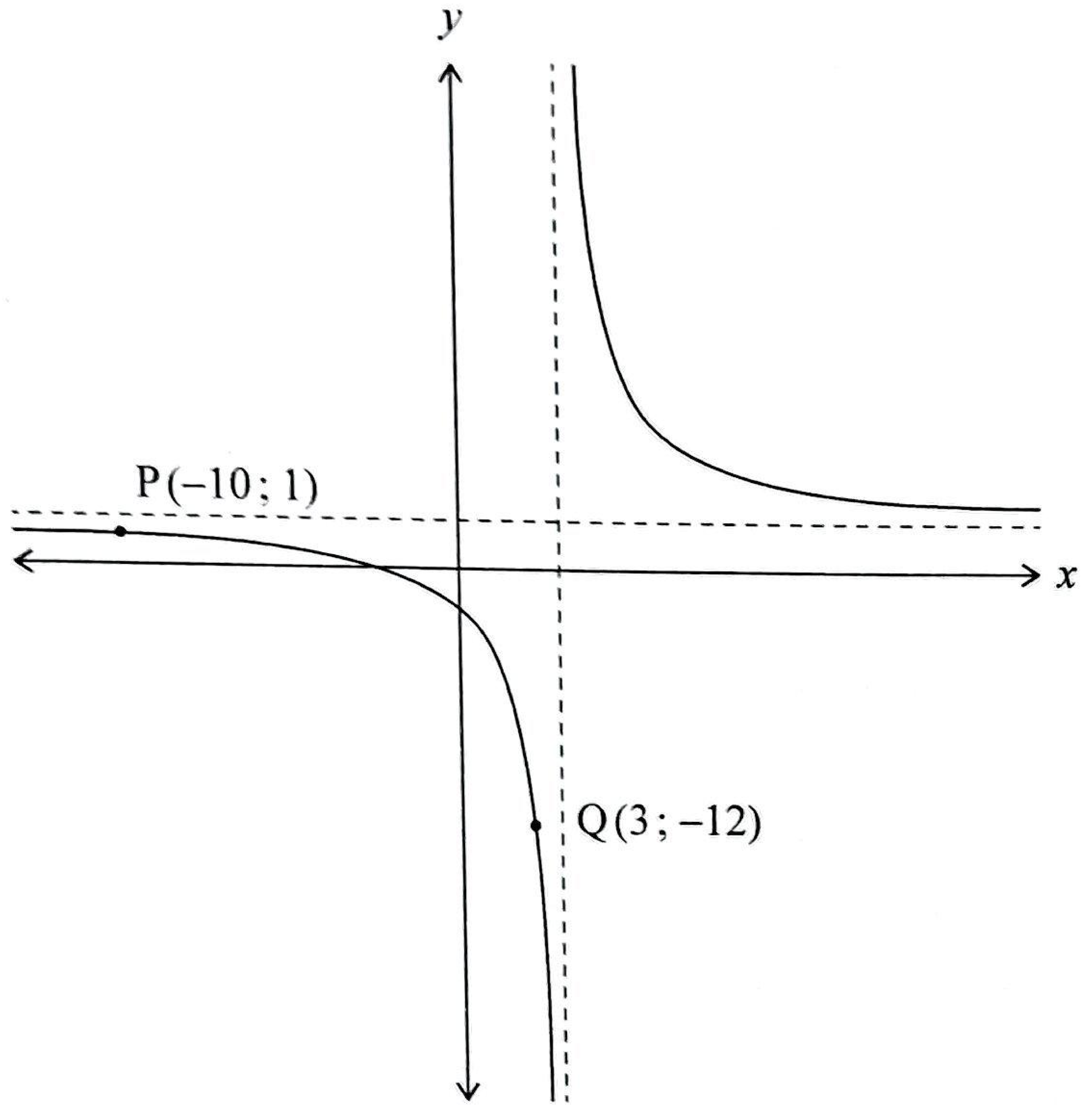
035

A001

5. [Puntuación máxima: 8]

En la siguiente figura se muestra el gráfico de $y = \dfrac{Ax+B}{x-4}$, donde $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 4$ y A, $B \in \mathbb{Z}$.

El gráfico pasa por los puntos $P(-10\,;\,1)$ y $Q(3\,;\,-12)$.



(a) Determine el valor de A y el valor de B. [3]

(b) Describa una secuencia de transformaciones con las que el gráfico de $y = \dfrac{1}{x}$ coincidiría exactamente con el gráfico de $y = \dfrac{Ax+B}{x-4}$. [5]

(a) Las coordenadas de P y Q satisfacen $y = \dfrac{Ax+B}{x-4}$

$P(-10;1)$: $1 = \dfrac{-10A+B}{-10-4} \Rightarrow -14 = -10A+B$

$Q(3;-12)$: $-12 = \dfrac{3A+B}{3-4} \Rightarrow 12 = 3A+B$

$-14 = -13A + 3A + B = -13A + 12$

$\Rightarrow 13A = 26 \Rightarrow A = 2$

Reemplazo $A=2$ en $12 = 3A+B$

$12 = 3(2) + B \Rightarrow B = 6$

(b) $y = \dfrac{2x+6}{x-4} = 2 + \dfrac{14}{x-4}$

Secuencia: 1º estiramiento vertical con factor 14: $y = \dfrac{14}{x}$

2º traslación horizontal 4 unidades a la derecha: $y = \dfrac{14}{x-4}$

3º traslación vertical 2 unidades hacia arriba:

$y = 2 + \dfrac{14}{x-4}$

035
A001

6. [Puntuación máxima: 5]

Resuelva la ecuación $3\log_8 10x - \log_4 x = 1$, para $x > 0$.

convertimos a base 2

$\log_8 10x = \dfrac{\log_2 10x}{\log_2 8} = \dfrac{1}{3}\log_2 10x$

$\log_4 x = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 4} = \dfrac{1}{2}\log_2 x$

$3 \cdot \dfrac{1}{3}\log_2 10x - \dfrac{1}{2}\log_2 x = 1$

$\log_2 10x - \log_2 \sqrt{x} = 1$

$\log_2\left(\dfrac{10x}{\sqrt{x}}\right) = 1$

$2 = \dfrac{10x}{\sqrt{x}}$

$\Rightarrow 4x = 100x^2$

$0 = 100x^2 - 4x$

$0 = x(100x - 4)$

$x = 0$ o $100x - 4 = 0$

(descartado)

$\therefore \boxed{x = \dfrac{1}{25}}$

035

A001

Véase al dorso

No escriba soluciones en esta página.

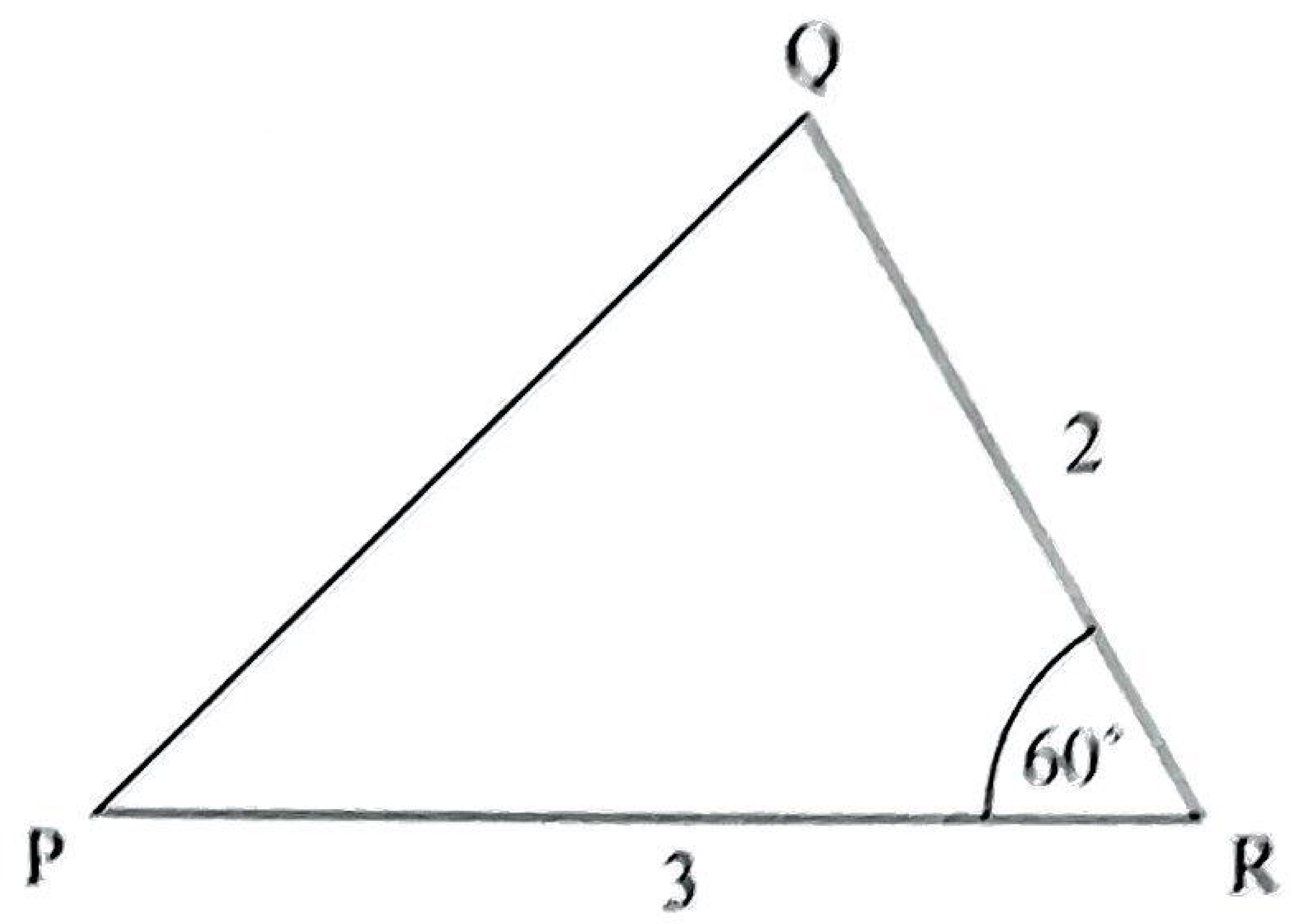
Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

7. [Puntuación máxima: 14]

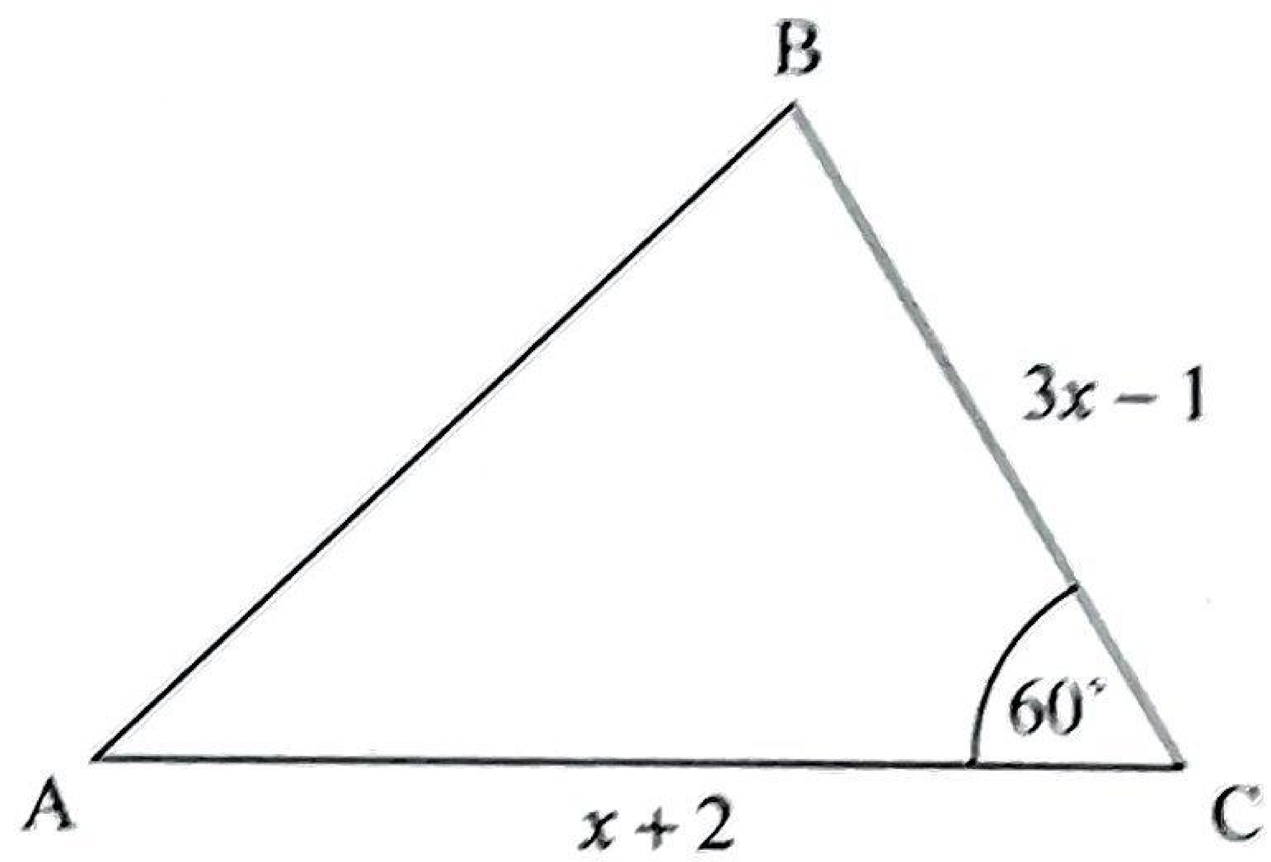
Considere el triángulo PQR, donde $PR = 3$, $QR = 2$ y $P\hat{R}Q = 60°$.

la figura no está dibujada a escala



(a) Halle PQ. [3]

Considere ahora el triángulo general ABC, donde $AC = x + 2$, $BC = 3x - 1$ y $A\hat{C}B = 60°$.



(b) Muestre que $AB = \sqrt{7x^2 - 7x + 7}$. [5]

(c) Sabiendo que $AB = 7$:

(i) Halle el valor de x.

(ii) Halle el área del triángulo ABC. [6]

No escriba soluciones en esta página.

8. [Puntuación máxima: 15]

Considere la función que viene dada por $f(x)=\frac{1}{2}x^2+kx+13$, donde $x\in\mathbb{R}$ y $k\in\mathbb{Z}^+$.

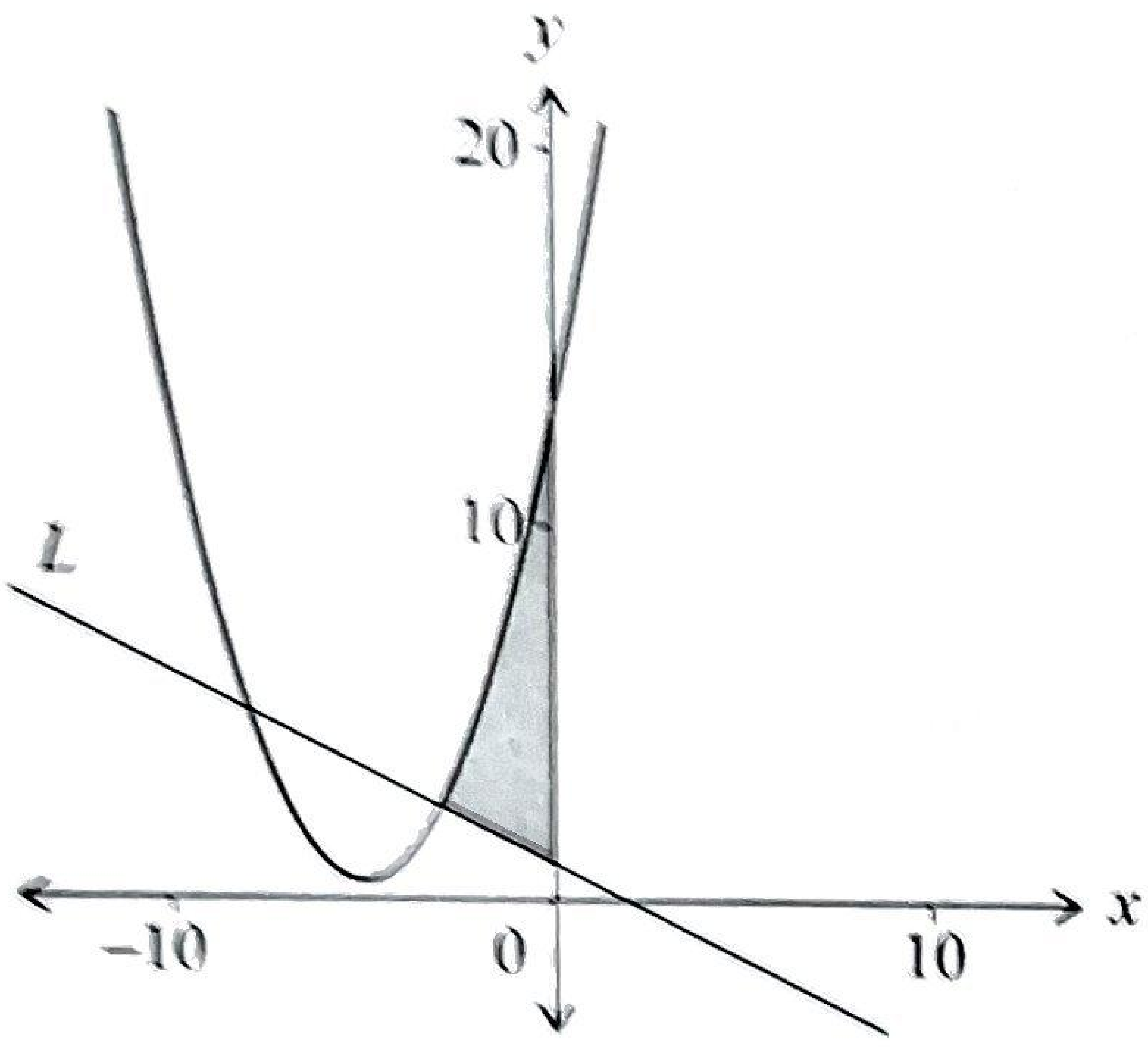
(a) Sabiendo que la ecuación $f(x)=0$ no tiene raíces reales, muestre que el mayor valor posible de k es 5. [2]

Para lo que queda de esta pregunta, considere el caso particular $k=5$.

(b) (i) Escriba la ecuación del eje de simetría del gráfico de f.

(ii) A partir de lo anterior (o de cualquier otro modo alternativo), determine las coordenadas del mínimo del gráfico de f. [3]

En la siguiente figura se muestra el gráfico de f y de la recta L, que es normal a la curva en $x=-3$. La región sombreada de la figura está delimitada por la curva, la recta L y el eje y.



(c) Muestre que la ecuación de L es $y=-\frac{1}{2}x+1$. [5]

(d) A partir de lo anterior, halle el área de la región sombreada. [5]

035

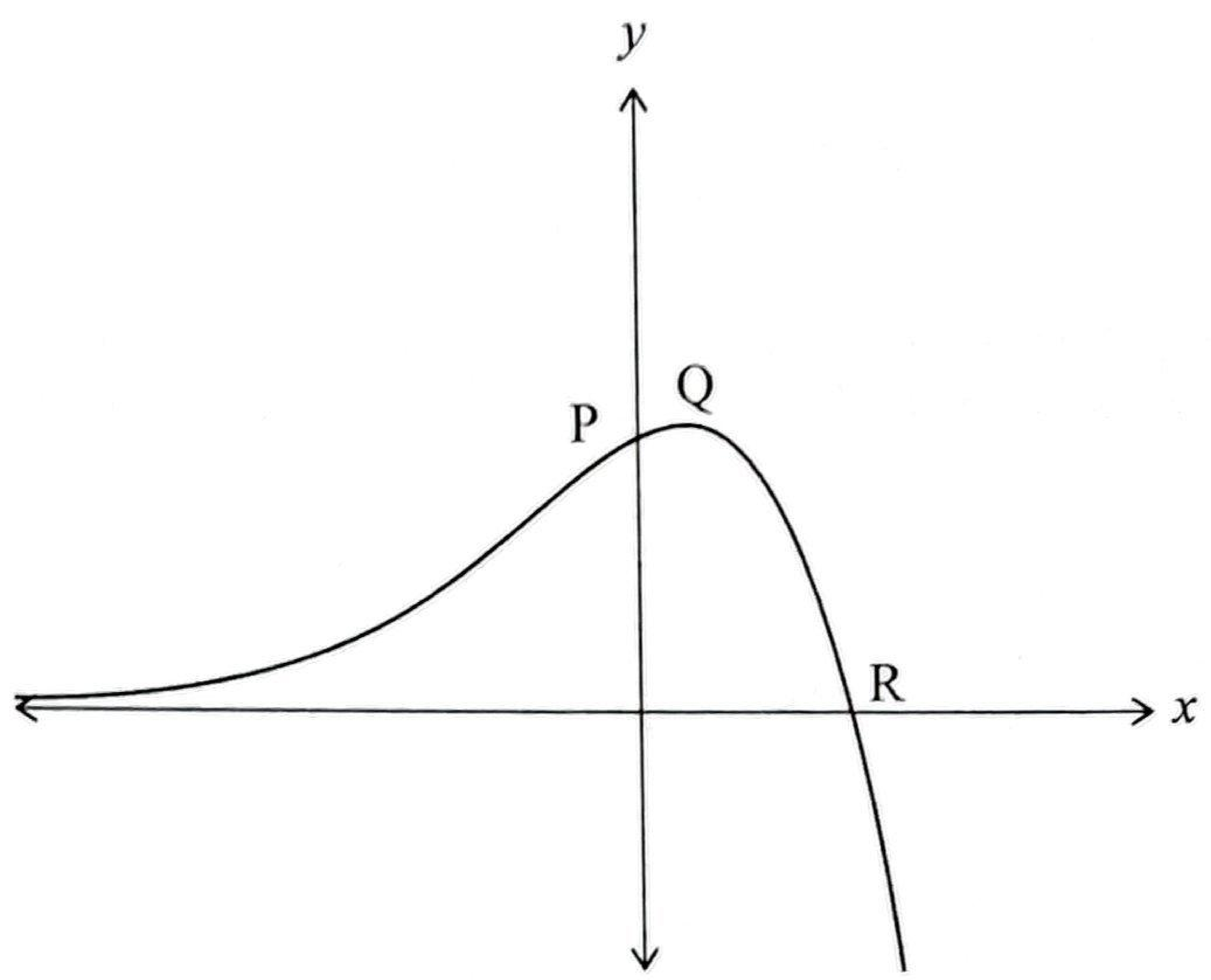
A001

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 16]

La función f se define así: $f(x) = \dfrac{5e^x - e^{2x}}{e^x + 1}$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f. El gráfico corta al eje y en el punto P y corta al eje x en el punto R.

El punto Q es un máximo local cuyas coordenadas son $\left(q; 7 - 2\sqrt{6}\right)$.



(a) (i) Halle las coordenadas del punto P.

(ii) Halle las coordenadas del punto R. [6]

(b) Indique cuál es el recorrido de f. [1]

(c) Muestre que $f'(x) = \dfrac{-e^{3x} - 2e^{2x} + 5e^x}{\left(e^x + 1\right)^2}$. [3]

(d) A partir de lo anterior, muestre que $q = \ln\left(\sqrt{6} - 1\right)$. [6]

035

A001